

Federnde Luft

Nimm eine 3-ml-Dosierspritze. Fülle sie mit 2 Milliliter (ml) Luft und drücke dann mit einem Finger die Öffnung ganz zu. (Solch eine Abdeckkappe  macht es deutlich einfacher.) Wenn Du nun an dem Kolben ziehst und drückst, merkst du, dass die eingeschlossene Luft sich wie eine Feder verhält. Die holt den Kolben wieder in die Ausgangslage zurück. Allerdings ist die Kraft, die zum Hineindrücken notwendig ist, größer als die, welche du für das Herausziehen benötigst: Es ist ohne weiteres möglich, den Kolben ganz herauszuziehen. Die zunächst 2 ml Luft wirst du aber nicht vollständig zusammendrücken können.

Diese starke Federkraft beim Zusammendrücken von eingeschlossenen Luftmengen wollen wir genauer untersuchen. Sie hat große technischen Bedeutung. Zwei Beispiele: diese Federkraft ist die Grundlage dafür, dass Fahrrad- und Autoreifen Unebenheiten der Fahrbahn abzufedern, viel besser, als Vollgummireifen das können. Und auch Luftgewehre nutzen die Federkraft der Luft. Mit der Spritze und einer Abdeckkappe kannst du schon ziemlich weit schießen – aber bitte nie auf Lebewesen zielen, auch wenn die Kappe leicht und weich ist. Augen sind sehr empfindlich!

Kaum jemand hat einen Kraftmesser zu Hause, mit dem sie oder er Kraft beim Drücken messen kann. Die üblichen Kraftmesser (Newtonmeter), die man – wenn überhaupt – hat, messen die Kraft beim Ziehen.



Aber es gibt Tricks, diese Messungen trotzdem zu durchzuführen, z.B. mit normalen Haushaltswaagen, die das Gewicht eines Gegenstandes anzeigen (in Kilogramm oder Gramm) und damit indirekt Hinweise auf die Gewichtskraft geben: Wenn 100 Gramm (g) auf einer Küchenwaage stehen und diese den Wert auch angezeigt, dann wissen wir, dass eine Kraft von einem Newton (N) – genauer: 0,981 N – wirkt auf die Waage. Und wenn 1 Kilogramm (kg) angezeigt wird, sind es 10 Newton (N) - genauer: 9,81 N. Wenn du mit dem Finger auf die Waage drückst, wird ein Gewicht angezeigt, was es so nicht gibt. Aber den angezeigten Wert kannst du in eine Kraft umrechnen - die nicht von einer Masse stammt, sondern von deinen Muskeln ausgeübt wird. So kannst du die Kraft messen, die zum Zusammendrücken von 2 ml Luft notwendig ist. Eine Präzisionsmessung ist das sicher nicht, aber du erfährst doch einiges! Auf dem Bild links siehst du, wie ein Gewicht von 227 Gramm angezeigt wird, nachdem 2 ml Luft auf 1,5 ml zusammengedrückt wurde. Dies bedeutet, dass umgerechnet etwa eine Kraft von 2,3 Newton auf die Waage wirkt,

Eine grobe Überprüfung des Ergebnisses gelingt durch folgende Rechnung: Für eine bestimmte Menge Luft, die eingeschlossen ist, für die du aber das

Volumen verändern kannst, ohne dass etwas entweicht, gilt die einfache Formel, dass das Produkt aus Druck und Volumen gleich bleibt ($p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$). Das müsste für die Luft in der Spritze ziemlich gut stimmen, auch wenn sie nicht perfekt dicht ist. Weil die Kolbenfläche beim Zusammendrücken gleich bleibt, ist es allein das Volumen, das die Skala anzeigt, dass das Volumen halbiert wird, muss der Druck im Innern sich verdoppeln.

Wie groß ist der Druck zur Beginn des Versuchs?

Bevor wir die Öffnung der Spritze verschließen, ist der Luftdruck in ihrem Inneren der normale von Luftdruck von 1 bar. Nach dem Verschließen und dem Zusammendrücken steigt er auf 2 bar, denn er verdoppelt sich ja.

Wie kommen wir jetzt aber auf die Kraft, die wir gemessen haben?

Hier hilft uns die Formel Kraft = Druck mal Fläche ($F = p \cdot A$) weiter. A ist die Kolbenfläche. Weil der Kolbendurchmesser, der hier interessiert, genauso groß ist wie der Durchmesser des Rohres der Spritze, ist die Kraft, die von Innen gegen den Kolben drückt, $F = 2 \text{ bar} \cdot A$.

Um A zu ermitteln, musst du den Kolben ganz aus der Spritze ziehen und seinen Durchmesser d messen. Die Hälfte von d ist der Radius r der Kreisfläche. Mit $A = r^2 \cdot \pi$ kannst du dann die Fläche ausrechnen, am besten in Quadratmetern (m^2), weil wir das für die weitere Rechnung brauchen.

Die Dosierspritze, die du zusammen mit diesem Arbeitsblatt ausgehändigt kommen solltest, hat einen Kolbenradius von 9 mm, also 0,009 m. A ist also etwa 0,000 254 m^2 .

Hast du A im m^2 , musst du den Druck $p = 2 \text{ bar}$ noch in Pascal (P) umrechnen, weil ein Pascal

1 Newton/Quadratmeter ($1\text{N}/\text{m}^2$) ist. 1 bar = 101 325 Pascal, 2 bar = $2 \cdot 101\,325\text{ P}$.

Hier die Flächenberechnung für den Kolbendurchmesser von $d=9\text{ mm}$, also $r=4,5\text{ mm}$:

$$r^2 = 0,00002025\text{ m}^2$$

$r^2 \cdot \pi \approx 0,0000636\text{ m}^2$ als Fläche A.

Die Kraft $F = p \cdot A$ ist also $2 \cdot 101325\text{ P} \cdot 0,0000636\text{ m}^2 \cdot \pi = 2 \cdot 6,44 \cdot \text{P} \cdot \text{m}^2 \approx 2 \cdot 6,44\text{ N}$.

Die 2 für die 2 Pascal habe ich hier nicht mitgerechnet, weil wir gleich wieder durch 2 teilen müssen. Warum? In der Spritze herrscht ein Druck von 2 bar und außen ein Druck von 1 bar, der auch gegen den Kolben drückt, nur in die andere Richtung. Der Druckunterschied ist also nur 1 bar und die Kraft, die wir zum Hineindrücken des Kolbens brauchen, ist 6,44 N Newton bei der mit dem Kolbenradius von 9 mm.

6,44 N entspricht bei der Küchenwaage einem Gewicht von etwa 656 Gramm.

Nun überprüfen wir die Situation auf dem Foto: Weil $V_2/V_1 = 1,5\text{ml}/2\text{ml} = 0,75$ ist, müsste der Druck im Innern der Spritze $1\text{ bar}/0,75 = 1,33\text{ bar}$ sein, was $1,33 \cdot 101\,325\text{ Pascal}$ bedeutet – oder anders ausgedrückt: etwa $135\,000\text{ N}/\text{m}^2$. Die Fläche für die Spritzenkolben hatten wir bereits berechnet, sie beträgt $0,0000636\text{ m}^2$.

Die Kraft von Innen auf den Kolben ist also $135\,000\text{ N}/\text{m}^2 \cdot 0,0000636\text{ m}^2 \approx 8,59\text{ N}$

Von außen wirkt wieder der normale Luftdruck auf den Kolben mit der bereits bekannten Kraft 6,44 N.

Es sollte also eine Kraft von $8,59\text{ N} - 6,44\text{ N} = 2,15\text{ N}$ messbar sein.

$2,15\text{ N}$ entsprechen einem Gewicht von $2,15\text{ N} / (9,81\text{ N}/\text{kg}) \approx 0,219\text{ kg}$.

$0,219\text{ kg}$ sind 219 Gramm. Das passt gut zu der im Foto gezeigten Bild, höhere Genauigkeit ist mit den verwendeten Geräten nicht zu erwarten gewesen.